

E primieramente supponiamo che si voglia costruire la conica corrispondente alla retta che passa per due punti dati,  $E$  ed  $E'$ , fra loro reciprocamente corrispondenti.

Il teorema dimostrato alla fine dell'Art. VII si può enunciare anche nel modo seguente :

*Sz  $E$  ed  $E'$  sono due punti reciprocamente corrispondenti,  $K'$  un punto qualunque della conica che passa per  $A, B, C, E$  ed  $E'$ , la conica corrispondente alla retta  $K'E$  è quella che passa per  $A, B, C$  e che tocca in  $E'$  la retta  $K'E'$ , e viceversa la conica corrispondente alla retta  $K'E'$  è quella che passa per  $A, B, C$  e che tocca in  $E$  la retta  $K'E$ . Queste due coniche s'incontrano in un punto  $K$  della retta  $EE'$ , il quale è il corrispondente del punto  $K'$ .*

Da ciò risulta per converso che :

*Dati due punti  $E$  ed  $E'$ , fra loro reciprocamente corrispondenti, ed un punto qualunque  $K$  della retta che li unisce., il punto  $K'$ , corrispondente di  $K$ , è l'intersezione delle due tangenti condotte in  $E$  ed  $E'$  rispettivamente alle due coniche circoscritte al quadrangolo  $ABCK$  e passanti, l'ima per il punto  $E$ , l'altra per il punto  $E'$ .*

Ciò posto, sia  $ABC$  il triangolo fondamentale,  $E$  ed  $E'$  i due punti assunti come corrispondenti,  $K$  un punto qualunque della retta che li unisce. Sia inoltre  $L$  il punto in cui la retta  $EE'$  è incontrata dalla retta  $AB$ .

Or ecco come si costruirà il punto corrispondente di  $K$ .

Si tirino le rette  $AE, AE'$  che incontrano in  $N_9, N_i$  la retta  $BC$ . Dal punto  $L$  si tirino le rette  $LA^7, LN_i$  che incontrano in  $M, M_i$  la retta  $AC$ . Finalmente si tirino le rette  $ME, M_iE'$ , che s'incontrano in  $K''$ . Quest'ultimo punto è il cercato. Facendo percorrere al punto  $K$  la retta  $EE'$ , il punto  $K''$  descriverà la conica corrispondente a questa retta.

Per provare l'esattezza della precedente costruzione, basta dimostrare che le rette  $EK', E'E'$  sono tangenti in  $E, E'$  alle coniche descritte rispettivamente per i punti  $A, B, C, K, E$  e per i punti  $A, B, C, A^7, E'$ . Per tal uopo si consideri la figura  $ABCKE$  come un esagono inscritto in una conica, esagono del quale due vertici sieno raccolti nel punto  $E$ . Allora  $L$  è il punto d'incontro dei due lati opposti  $AB, KE$  ed  $N$  è quello dei lati opposti  $CK$  ed  $AE'$ , quindi la direzione del lato infinitamente piccolo che si suppone esistente in  $E$  deve, per il teorema di PASCAL, incontrare il lato opposto  $BC$  in un punto della retta  $LN$ . Ora  $M$  è il punto d'incontro di questa col lato  $BC$ , dunque la retta  $ME$  rappresenta la direzione del lato infinitamente piccolo anzidetto, ossia è la tangente in  $E$  alla conica passante pei cinque punti  $A, B, C, K, E$ . Analogamente si dimostra che  $M'E'$  è la tangente alla conica  $ABCKE'$ .

Per costruire il punto corrispondente di un punto  $K'$  situato

fuori della retta  $E E'$ , si immagini tracciata la conica  $ABCEE'$ , e condotte Le rette  $K'E$ ,  $K'E^f$  che incontreranno la curva in due nuovi punti  $P$  e  $Q$ . Si tirino le rette  $PE'$ ,  $QE$ . La conica